BREVET BLANC DE MATHÉMATIQUES N°1
25 JANVIER 2006 – COLLÈGE LE DEVOIR

LA RÉDACTION ET LA PRÉSENTATION SONT PRISES EN COMPTE POUR 4 POINTS.

LES CALCULATRICES SONT AUTORISÉES.

DURÉE : 2 HEURES.

Attention : Prévoir une feuille double par partie

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

Calculer les expressions *A*, *B* et *C* en faisant apparaître chaque étape du calcul et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}\times\frac{7}{15}$ $\qquad$ $B=\frac{\left(\frac{5}{6}-\frac{5}{4}\right)}{\frac{5}{8}}$ $\qquad$ $C=\frac{8\times10^{15}\times15\times10^{-6}}{20\times(10^{2})^{5}}$.

Exercice 2

1. Ecrire les nombres *D* et *E* ci-dessous sous la forme $a\sqrt{3}$, où *a* est un entier :
   $D=3\sqrt{27}-\sqrt{108}$; $E=\sqrt{100-25}$.
2. Développer et réduire : $F=(3-\sqrt{5})^2$.

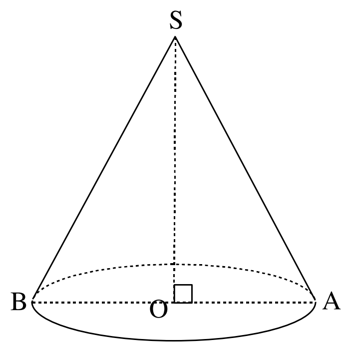
Exercice 3

1. Soit $G=9x^2-1$.
   a. Quelle identité remarquable permet de factoriser *G* ?
   b. Factoriser *G*.
2. Soit $H=(3x+1)^2+9x^2-1$.
   a. Développer *H*.
   b. Factoriser *H*.
   c. Déterminer les solutions de l'équation $6x(3x+1)=0$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

Un cône de révolution a pour sommet le point S ; sa hauteur est de 9 cm ; sa base est un cercle de centre O, de rayon 6 cm dont le segment $[AB]$ est un diamètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.



1. Calculer la valeur exacte, puis la valeur approchée à 0,1 cm^3 près, du volume de ce cône.
2. Calculer la valeur exacte de la longueur SA, puis une valeur approchée à 0,1 cm près.

Rappel : Volume d'un cône de hauteur h et de rayon de base R : $V=\frac{1}{3}\times\pi\times R^2\times h$

Exercice 2

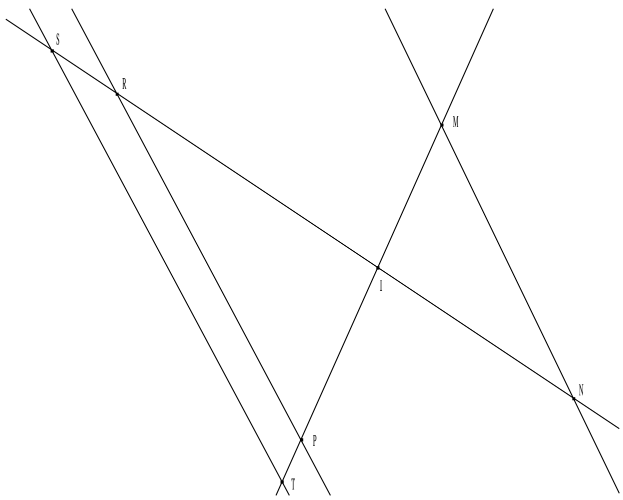
Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O ; I , J), on considère les points :
$A(1;-1)$ $B(3;1)$ $C(-1;3)$.
La figure sera complétée au fur et à mesure des questions.
On prendra OI = OJ = 1 cm.

1. Placer les points A, B et C.
2. Déterminer la nature du triangle ABC.
3. Calculer les coordonnées du point M milieu du segment $[AB]$.
4. Calculer les coordonnées du point D symétrique de C par rapport à M.
5. Déterminer la nature du quadrilatère $ADBC$.

Exercice 3

Sur la figure ci-contre (qui n'est pas aux dimensions réelles):

$IR=8\,cm$ $RP=10\,cm$ $IP=4{,}8\,cm$ $IM=4\,cm$
$IS=10\,cm$ $IN=6\,cm$ $IT=6\,cm$.
(On ne demande pas de refaire la figure.)



1. Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.
2. En déduire ST.
3. Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifier.

PROBLÈME

L'unité graphique est le centimètre.

PARTIE 1

1. Tracer un segment [*AB*] tel que $AB = 12$ et placer le point H du segment [*AB*] tel que $AH = 1$.
   Tracer un demi-cercle de diamètre [*AB*] et la perpendiculaire en *H* à la droite (*AB*).
   On désigne par *C* leur point d'intersection.

2. Quelle est la nature du triangle *ABC* ?

3. En utilisant deux triangles rectangles différents, exprimer de deux façons le cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$.
   En déduire que $AC^2 = AB \times AH$, puis que $AC = 2\sqrt{3}$.

4. Donner la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

PARTIE 2

1. a. Placer le point *D* de la droite (*BC*) tel que *B*, *C* et *D* soient dans cet ordre et que $CD = 6$.
b. Calculer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{ADC}$ et la valeur exacte de la longueur *AD*.

2. a. Placer le point *E* du segment [*AD*] tel que $AE = 2$, et le point *F* du segment [*AC*] tel que $\widehat{AEF} = 30\,°$
.
b. Démontrer que les droites (*EF*) et (*DC*) sont parallèles.
c. Calculer la longueur *AF*.

3. La droite (*EF*) coupe la droite (*CH*) en *K*.
Démontrer que le point *K* appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$.