BREVET BLANC DE MATHÉMATIQUES N°1
23 JANVIER 2008 – COLLÈGE LE DEVOIR

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 HEURES.

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

Attention : Prévoir une feuille double par partie

I – Activités numériques	12 points
II – Activités géométriques	12 points
III - Problème	12 points
Qualité de rédaction et présentation	4 points

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

On considère les nombres suivants :

$$A=-\frac{13}{7}+\frac{3}{7}\div\frac{5}{3} \quad ; \quad B=\sqrt{8}\times\sqrt{18} \quad ;$$

$$C=\sqrt{8}+5\sqrt{18} \quad ; \quad D=\frac{45\times10^{-6}\times10^{8}\times4}{3\times10^{-3}} .$$

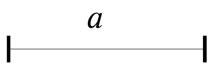
En faisant apparaître toutes les étapes de calcul sur la copie :
1. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme d'un nombre entier.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un nombre entier.
4. Écrire D en écriture scientifique.

Exercice 2

1. Avec la calculatrice, calculer $E=999\ 999\ 998^2-999\ 999\ 999\times999\ 999\ 997$. Écrire le résultat.
2. a. Quel est le chiffre des unités de $999\ 999\ 998^2$?
b. Quel est le chiffre des unités de $999\ 999\ 999\times999\ 999\ 997$?
3. a. Développer et réduire l'expression $F=x^2-(x+1)(x-1)$.
b. Le résultat trouvé à la question 1 est-il cohérent ? Combien devrait-on trouver ? Expliquer.

Exercice 3

L'unité est le centimètre.
Soit un segment de longueur a donné :

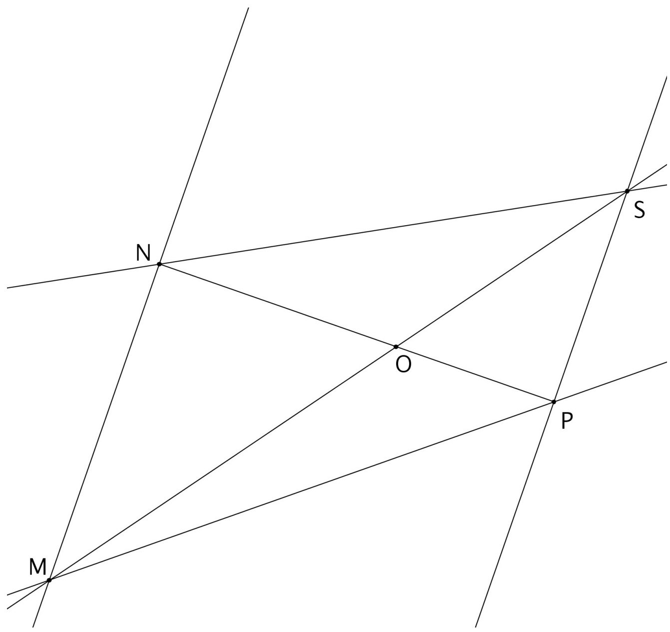


En **reproduisant à chaque fois en rouge le segment** ci-dessus et en **indiquant les dimensions sur les figures** et les calculs éventuels sur la copie :
1. Dessiner un rectangle R_1 de périmètre $2a+12$.
2. Dessiner un rectangle R_2 d'aire a^2+2a .
3. Dessiner un rectangle R_3 d'aire a^2+6a+9 .

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de la reproduire.

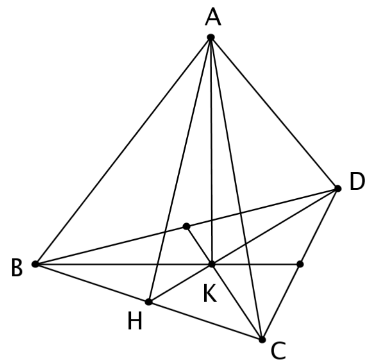


Les points N, O, P d'une part et les points M, O, S d'autre part sont alignés dans cet ordre.
$OS=6\ cm$; $OM=9\ cm$; $ON=5{,}4\ cm$ et $OP=3{,}6\ cm$.

1. Les droites (MN) et (PS) sont-elles parallèles ? Justifier.
2. On suppose que $SP=4{,}8\ cm$. Le triangle OPS est-il rectangle ? Justifier.
3. En utilisant le théorème de Thalès, calculer MN.
4. On admettra que les droites (MN) et (NP) sont perpendiculaires.
Quelle est l'aire du quadrilatère $MNSP$? Justifier.

Exercice 2

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.
Soit un tétraèdre régulier de sommet A et de base BCD. Chacune des arêtes mesure 8 cm.
On note H le milieu de [BC] et K le centre de gravité du triangle BCD.
Alors [AK] est la hauteur du tétraèdre.



Voici cinq questions sur ce tétraèdre régulier. Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées dont une et une seule est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

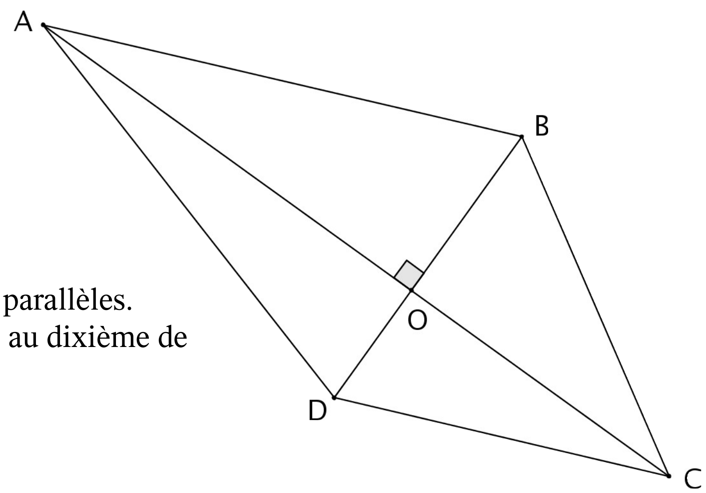
1	$AH = \ldots$?	$\sqrt{12}$	$4\sqrt{3}$	6,928	$8\sqrt{3}$
2	$AK = \ldots$?	$\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$	$\dfrac{128}{9}$	$\dfrac{4\sqrt{15}}{3}$	6,53
3	*AHD* est un triangle ...	quelconque	rectangle	équilatéral	isocèle
4	Aire totale ? (Somme des aires de toutes les faces)	$64\sqrt{3}$	$\dfrac{64\sqrt{3}}{4}$	128	256
5	Volume du tétraèdre ?	$\dfrac{256\sqrt{2}}{3}$	$128\sqrt{2}$	$\dfrac{128\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$\dfrac{128\sqrt{2}}{3}$

Rappel : le centre de gravité d'un triangle est situé au deux tiers de chaque médiane en partant du sommet : $DK = \frac{2}{3} \times DH$ et $HK = \frac{1}{3} \times DH$.

PROBLÈME

PARTIE A

ABCD est un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en *O*.



On a : $AC = 20{,}4\ cm$; $AO = 12\ cm$;
$OB = 5\ cm$; $OD = 3{,}5\ cm$.

1. Faire un figure en vraie grandeur.
2. a. Démontrer que les droites (*AB*) et (*DC*) sont parallèles.
b. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OAB}$ arrondie au dixième de degré.
En déduire la mesure de l'angle $\widehat{OCD}$. Justifier.
3. a. Calculer l'aire du triangle *AOB*.
b. Calculer la longueur *AB*.
c. Tracer la perpendiculaire à (*AB*) passant par *O*. Elle coupe [*AB*] en *P* et [*DC*] en *N*. Des questions **3.a.** et **3.b.**, déduire la valeur exacte de la longueur *OP*.
4. En utilisant la même démarche que dans la question **3.**, on trouve :

$AD = 12{,}5\ cm$; $DC = 9{,}1\ cm$; $BC \approx 9{,}8\ cm$ (valeur arrondie au *mm*) ; $ON = \frac{42}{13}\ cm$.

a. Calculer la valeur arrondie au millimètre du périmètre du quadrilatère *ABCD*.
b. Montrer que l'aire du quadrilatère *ABCD* est $86{,}7\ cm^2$.
Rappel : aire d'un trapèze : $\dfrac{(grande\ base + petite\ base) \times hauteur}{2}$

PARTIE B

On fabrique des boîtes cartonnées qui ont la forme d'un prisme droit dont chacune des deux bases est le quadrilatère *ABCD* étudié dans la partie A.
1. Faire un schéma à main levée qui représente une telle boîte en perspective cavalière et repérer par des couleurs les arêtes parallèles.
2. La hauteur de la boîte est 13 *cm*.
Calculer l'aire totale du carton utilisé pour fabriquer la boîte.