BREVET BLANC DE MATHÉMATIQUES N°2
4 MAI 2007 – COLLÈGE LE DEVOIR

LA RÉDACTION ET LA PRÉSENTATION SONT PRISES EN COMPTE POUR 4 POINTS.

LES CALCULATRICES SONT AUTORISÉES.

DURÉE : 2 HEURES.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications. Le barème en tiendra compte.

Exercice 1

Alain, Bernard et Charlotte décident de faire chacun une question de l'exercice suivant :

$$A=\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\times\frac{9}{16} \quad , \quad B=\frac{16\times10^{-5}\times3\times10^{4}}{24\times10^{-3}} \quad \text{et} \quad C=\sqrt{63}+2\sqrt{7}-5\sqrt{28}.$$

1) Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2) Calculer B et donner le résultat sous forme d'un nombre entier.
3) Écrire C sous la forme $a\sqrt{7}$, a étant un nombre entier relatif.

Alain calcule A et propose $A=\frac{21}{64}$; Bernard calcule B et propose $B=2\times10^2$; Charlotte calcule C et propose $C=-5\sqrt{7}$.
Ces réponses vous semblent-elles satisfaisantes ? Justifiez vos affirmations.

Exercice 2

On considère l'expression $D=9x^2-12x+4-(3x-2)(x-3)$.

1) Développer et réduire l'expression D.
2) Factoriser $9x^2-12x+4$. En déduire la factorisation de l'expression D.
3) Résoudre l'équation $(3x-2)(2x+1)=0$.

Exercice 3

L'unité de longueur est le centimètre. On considère trois points *A*, *M*, et *B* du plan tels que $AM=4\sqrt{45}$, $MB=2\sqrt{20}$ et $AB=16\sqrt{5}$.

1) Montrer que $AM+MB=AB$.
2) Que peut-on dire des points *A*, *M* et *B* ? Justifier.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

Démontrer, pour chacune des deux figures ci-dessous, que le triangle *ABC* est un triangle rectangle en utilisant les informations fournies.

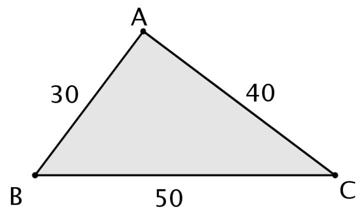

Figure n°1

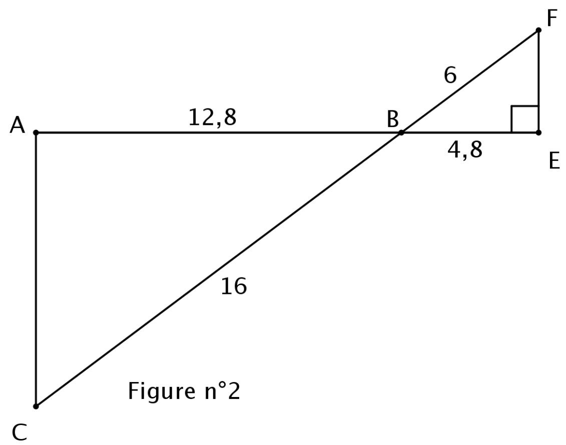

Figure n°2

Exercice 2

Sur la figure en dernière page (page 4) **que vous devez rendre avec la copie**, on considère la figure $\mathscr{F}$.

1) Construire :
a. la figure $\mathscr{F}_1$, image de la figure $\mathscr{F}$ par la symétrie centrale de centre *B* (nommer *E* l'image de *A*).
b. la figure $\mathscr{F}_2$, image de la figure $\mathscr{F}_1$ par la symétrie centrale de centre *C* (nommer *T* l'image de *E*).

2) Quelle transformation permet de passer directement de la figure $\mathscr{F}$ à $\mathscr{F}_2$?

Exercice 3

Construire le cercle $\mathscr{C}$ de centre *O* et de rayon 4 cm. Tracer un diamètre [*AB*] de ce cercle.
Construire le point *S* symétrique du point *O* par rapport au point *A*, puis le cercle $\mathscr{C}'$ de diamètre [*OS*]. Le cercle $\mathscr{C}'$ coupe le cercle $\mathscr{C}$ en deux points *T* et *T'*.

1) a. Démontrer que le triangle *SOT* est rectangle en *T*.
b. Que représente la droite (*ST*) pour le cercle $\mathscr{C}$? Justifier.

2) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{SOT}$.

3) La droite passant par B et parallèle à la droite (OT) coupe la droite (ST) en P.
a. Construire la droite (BP).
b. Calculer BP.

Exercice 4

1) Construire un triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 4 cm ; $\widehat{B}=40^\circ$.
2) Construire le point E tel que : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
3) Placer le point F, image du point C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.
4) Montrer que C est le milieu de [EF].

PROBLÈME

Un théâtre propose deux tarifs pour la saison 2006-2007 :

- Tarif S : 8 € par spectacle.
- Tarif P : achat d'une carte de 20 € donnant droit à un tarif préférentiel de 4 € par spectacle.

1) Recopier et compléter le tableau suivant, sachant que Monsieur Scapin a choisi le tarif S et Monsieur Purgon le tarif P.

Nombre de spectacles	4	9	15
Dépense de M. Scapin en €			
Dépense de M. Purgon en €			

On suppose maintenant que Monsieur Scapin et Monsieur Purgon ont chacun assisté à x spectacles.

2) Exprimer en fonction de x le prix $s(x)$ payé par M. Scapin puis le prix $p(x)$ payé par M. Purgon.

3) Résoudre l'équation $8x=4x+20$. À quoi correspond la solution de cette équation ?

Sur une feuille de papier millimétré, mettre en place un repère orthogonal (placer l'origine O en bas à gauche, prendre 1 cm pour 1 spectacle sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 € sur l'axe des ordonnées).

4) Représenter graphiquement les fonctions s et p définies respectivement par $s(x)=8x$ et $p(x)=4x+20$.

5) Déterminer par lecture graphique, en faisant apparaître sur le dessin les tracés nécessaires :
a) Le résultat de la question 3.
b) Le tarif le plus avantageux pour un spectateur qui assisterait à 8 spectacles durant la saison.
c) Le tarif le plus avantageux pour M. Harpagon qui ne souhaite pas dépenser plus de 50 € pour toute la saison. À combien de spectacles pourra-t-il assister ? Retrouver ce dernier résultat par le calcul.

Activités géométriques – Exercice 2

NOM et PRÉNOM : .... CLASSE : 3ème ......