Correction du Brevet Blanc de Mathématiques n°1

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

$A=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}\times\frac{7}{15}$
$A=\frac{3}{4}+\frac{\cancel{5}\times7}{4\times\cancel{5}\times3}$
$A=\frac{9}{12}+\frac{7}{12}$
$\boxed{A=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}}$.

$B=\frac{\left(\frac{5}{6}-\frac{5}{4}\right)}{\frac{5}{8}}$
$B=\left(\frac{10}{12}-\frac{15}{12}\right)\times\frac{8}{5}$
$B=\frac{-5}{12}\times\frac{8}{5}$
$\boxed{B=-\frac{2}{3}}$.

$C=\frac{8\times10^{15}\times15\times10^{-6}}{20\times(10^2)^5}=\frac{\cancel{4}\times2\times3\times\cancel{5}\times10^{15-6}}{\cancel{4}\times\cancel{5}\times10^{2\times5}}=6\times\frac{10^9}{10^{10}}$
$C=6\times10^{9-10}=6\times10^{-1}=\frac{6}{10}$ $\boxed{C=\frac{3}{5}}$.

Exercice 2

1. $D=3\sqrt{27}-\sqrt{108}$
$D=3\times\sqrt{9}\times\sqrt{3}-\sqrt{36}\times\sqrt{3}$
$D=3\times3\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
$D=9\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
$\boxed{D=3\sqrt{3}}$.

$E=\sqrt{100-25}$
$E=\sqrt{75}$
$E=\sqrt{25}\times\sqrt{3}$
$\boxed{E=5\sqrt{3}}$.

2. $F=(3-\sqrt{5})^2$
$F=3^2-2\times3\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$
$F=9-6\sqrt{5}+5$
$\boxed{F=14-6\sqrt{5}}$.

Exercice 3

1. a. L'identité remarquable qui permet de factoriser G est différence de deux carrés : $\boxed{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}$.
b. $\boxed{G=9x^2-1=(3x)^2-1^2=(3x+1)(3x-1)}$.
2. a. $H=(3x+1)^2+9x^2-1$
$H=(3x)^2+2\times3x\times1+1^2+9x^2-1$
$H=9x^2+6x+1+9x^2-1$
$\boxed{H=18x^2+6x}$.
b. $H=(3x+1)^2+9x^2-1$
$H=(3x+1)^2+(3x+1)(3x-1)$
$H=(3x+1)[(3x+1)+(3x-1)]$
$H=(3x+1)(3x+1+3x-1)$
$\boxed{H=(3x+1)\times6x=6x(3x+1)}$.
c. Résolution de l'équation $6x(3x+1)=0$
Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul, et réciproquement.
$6x=0$ ou $3x+1=0$
$x=0$ $x=-\frac{1}{3}$
L'équation a deux solutions : $\boxed{-\frac{1}{3}\ et\ 0}$.

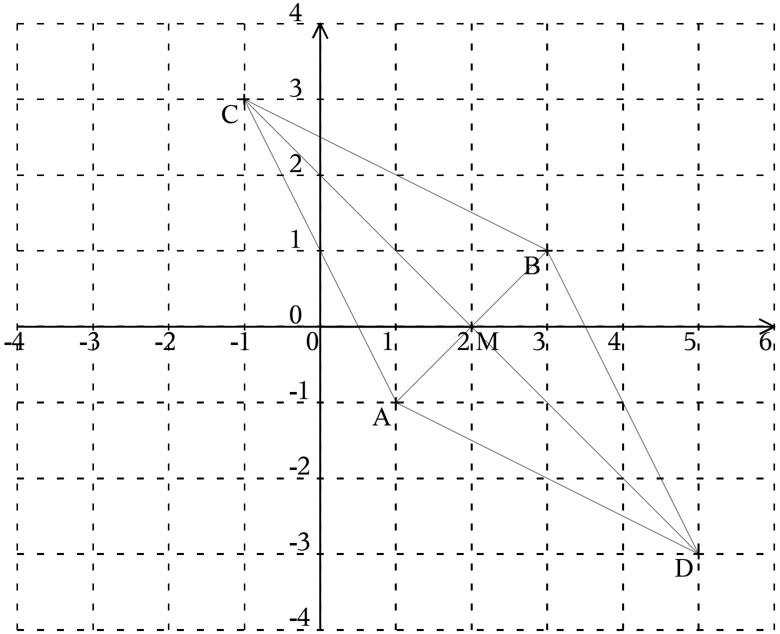
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

1. $V=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times9=\pi\times36\times3=108\pi$.
La valeur exacte du volume du cône est : $\boxed{108\pi\ cm^3}$.
La valeur approchée à 0,1 cm^3 est : $\boxed{339{,}3\ cm^3}$.
2. Le triangle SOA est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore :
$SA^2=SO^2+OA^2$
$SA^2=9^2+6^2$
$SA^2=81+36$
$SA^2=117$
$\boxed{SA=\sqrt{117}=\sqrt{9\times13}=3\sqrt{13}\approx10{,}8\,cm}$.

Exercice 2

1.



2. $AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$

$AB^2=(3-1)^2+(1-(-1))^2$

$AB^2=2^2+2^2$

$AB^2=8$

$\boxed{AB=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\,cm}$.

$AC^2=(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2$

$AC^2=(-1-1)^2+(3-(-1))^2$

$AC^2=(-2)^2+4^2$

$AC^2=20$

$\boxed{AC=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,cm}$.

$BC^2=(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2$

$BC^2=(-1-3)^2+(3-1)^2$

$BC^2=(-4)^2+2^2$

$BC^2=20$

$\boxed{BC=2\sqrt{5}cm}$.

$AC=BC$ donc <u>le triangle *ABC* est isocèle en *C*</u>.

3. *M* est le milieu de [*AB*] donc :

$x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}$ $\qquad$ $y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}$

$x_M=\dfrac{1+3}{2}$ $\qquad$ $y_M=\dfrac{-1+1}{2}$

$x_M=2$ $\qquad$ $y_M=0$

Les coordonnées de *M* sont : $\boxed{M(2;0)}$.

4. *D* est le symétrique de *C* par rapport à *M* donc *M* est le milieu de [*CD*] :

$x_M=\dfrac{x_C+x_D}{2}$ $\qquad$ $y_M=\dfrac{y_C+y_D}{2}$

$2=\dfrac{-1+x_D}{2}$ $\qquad$ $0=\dfrac{3+y_D}{2}$

$4=-1+x_D$ $\qquad$ $0=3+y_D$

$x_D=5$ $\qquad$ $y_D=-3$

Les coordonnées de *D* sont : $\boxed{D(5;-3)}$.

5. *M* est le milieu de [*AB*] et [*CD*], donc *ADBC* est un parallélogramme.
De plus $CA=CB$, le parallélogramme *ADBC* a deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un <u>losange</u>.

Exercice 3

1. $\left.\begin{array}{l}\text{Les points } I, R \text{ et } S \text{ sont alignés}\\ \text{Les points } I, P \text{ et } T \text{ sont alignés}\end{array}\right\}$ dans le même ordre.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{IR}{IS}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}\\ \dfrac{IP}{IT}=\dfrac{4{,}8}{6}=\dfrac{48}{60}=\dfrac{4}{5}\end{array}\right\} \text{ donc } \dfrac{IR}{IS}=\dfrac{IP}{IT}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, <u>les droites (*ST*) et (*RP*) sont parallèles</u>.

2. D'après la première question, nous sommes dans les conditions du théorème de Thalès, donc $\dfrac{IR}{IS}=\dfrac{IP}{IT}=\dfrac{RP}{ST}$, d'où $\dfrac{4}{5}=\dfrac{10}{ST}$,

et $ST=\dfrac{5\times 10}{4}=12{,}5$. La longueur *ST* est égale à 12,5 *cm*.

3. $\dfrac{IM}{IT}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{IN}{IS}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$ donc $\dfrac{IM}{IT}\neq\dfrac{IN}{IS}$.

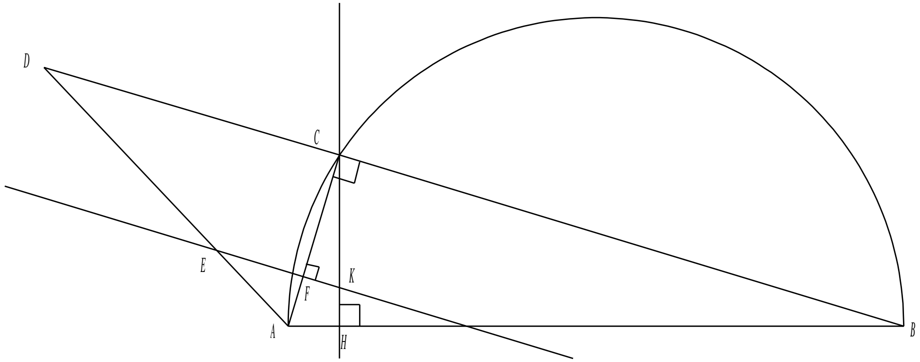
Si les droites (*MN*) et (*ST*) étaient parallèles, on aurait, d'après le **théorème de Thalès**, $\dfrac{IM}{IT}=\dfrac{IN}{IS}$. Ce qui n'est pas. Donc les droites (*MN*) et (*ST*) ne sont pas parallèles.

PROBLÈME

PARTIE 1

La figure n'est pas aux dimensions réelles.

1.



2. Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre $[AB]$, il est donc <u>rectangle en C</u>.

3. Le triangle ABC est rectangle en C, donc : $\boxed{\cos\widehat{BAC}=\dfrac{AC}{AB}}$.

Le triangle AHC est rectangle en H, donc : $\boxed{\cos\widehat{BAC}=\dfrac{AH}{AC}}$.

Par conséquent $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AH}{AC}$, d'où $AC\times AC=AB\times AH$ soit $\boxed{AC^2=AB\times AH}$.

$AB=12$ et $AH=1$, donc $AC^2=12$ et $\boxed{AC=\sqrt{12}=2\sqrt{3}}$.

4. $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{2\sqrt{3}}{12}$ donc $\boxed{\widehat{BAC}\approx 73^\circ}$.

PARTIE 2

1. a. Sur la figure.

b. Le triangle ABC est rectangle en C, donc le triangle ACD est rectangle en C. Donc $\tan\widehat{ADC}=\dfrac{AC}{CD}=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ donc $\boxed{\widehat{ADC}=30^\circ}$.

De plus, $\cos\widehat{ADC}=\dfrac{CD}{AD}$, $\cos 30^\circ=\dfrac{6}{AD}$, $\boxed{AD=\dfrac{6}{\cos 30^\circ}}$

OU ACD est rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore :

$AD^2=AC^2+CD^2$

$AD^2=(2\sqrt{3})^2+6^2$

$AD^2=12+36=48$

$\boxed{AD=\sqrt{48}=\sqrt{16\times 3}=4\sqrt{3}}$

OU Comme $\widehat{ADC}=30^\circ$, $\widehat{DAC}=60^\circ$ et ADC est un demi triangle équilatéral et $\boxed{AD=2\times AC=2\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}}$.

2. a. Sur la figure.

b. $\widehat{AEF}$ et $\widehat{ADC}$ sont des angles correspondants déterminés par les droites (EF) et (DC) et la sécante (AD). Or $\widehat{AEF}=\widehat{ADC}=30\,^\circ$, donc <u>$(EF)$ et (DC) sont parallèles</u>.

c. Les points A, E et D sont alignés.
Les points A, F et C sont alignés.
Les droites (EF) et (DC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{EF}{DC}$,

$\dfrac{2}{4\sqrt{3}}=\dfrac{AF}{2\sqrt{3}}$ donc $\boxed{AF=\dfrac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=1}$.

3. (EF) et (DC) sont parallèles et (AC) est perpendiculaire à (DC) donc (AC) est perpendiculaire à (EF).
Les deux triangles rectangles AFK et AHK ont la même hypoténuse $[AK]$ et, de plus, $AF=AH=1$, ils sont donc superposables.
Le point K est par conséquent équidistant des côtés $[AB)$ et $[AC)$ de l'angle $\widehat{CAB}$. Donc <u>le point K appartient à la bissectrice de l'angle</u> $\widehat{CAB}$.