3ème	Correction du brevet blanc n°1 de Mathématiques

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

1. $A=-\frac{13}{7}+\frac{3}{7}\div\frac{5}{3}$;

$A=-\frac{13}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}$;

$A=-\frac{13}{7}+\frac{9}{35}$;

$A=\frac{-65}{35}+\frac{9}{35}$;

$A=\frac{-56}{35}$;

$\boxed{A=-\frac{8}{5}}$.

2. $B=\sqrt{8}\times\sqrt{18}$;

$B=\sqrt{4}\times\sqrt{2}\times\sqrt{9}\times\sqrt{2}$;

$B=2\times\sqrt{2}\times3\times\sqrt{2}$;

$B=2\times3\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}$;

$B=6\times2$;

$\boxed{B=12}$.

3. $C=\sqrt{8}+5\sqrt{18}$;

$C=\sqrt{4}\times\sqrt{2}+5\times\sqrt{9}\times\sqrt{2}$;

$C=2\sqrt{2}+5\times3\sqrt{2}$;

$C=2\sqrt{2}+15\sqrt{2}$;

$\boxed{C=17\sqrt{2}}$.

4. $D=\frac{45\times10^{-6}\times10^{8}\times4}{3\times10^{-3}}$;

$D=\frac{45\times4}{3}\times\frac{10^{-6}\times10^{8}}{10^{-3}}$;

$D=15\times4\times\frac{10^{-6+8}}{10^{-3}}$;

$D=60\times10^{2-(-3)}$;

$D=60\times10^{5}$;

$D=6\times10\times10^{5}$;

$\boxed{D=6\times10^{6}}$.

Exercice 2

1. Avec la calculatrice, on trouve $\boxed{E=0}$.

2. a. $999\ 999\ 998^2=999\ 999\ 998\times999\ 999\ 998$. Or $8\times8=64$, donc le chiffre des unités de $999\ 999\ 998^2$ est **4**.

b. $9\times7=63$, donc le chiffre des unités de $999\ 999\ 999\times999\ 999\ 997$ est **3**. E ne peut donc pas être égal à 0 !

3. a. $F=x^2-(x+1)(x-1)$

$F=x^2-(x^2-1)=x^2-x^2+1$

$\boxed{F=1}$.

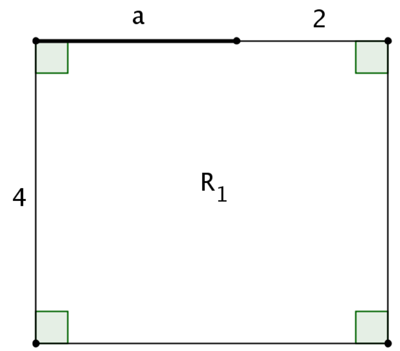
b. En prenant $x=999\ 999\ 998$ dans F, on trouve l'expression E. Le résultat trouvé à la question **1.** n'est donc pas cohérent, E est égal à **1**.

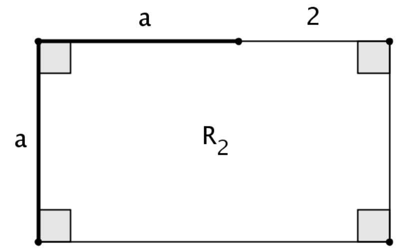
Exercice 3

1. $2a+12=2(a+6)$

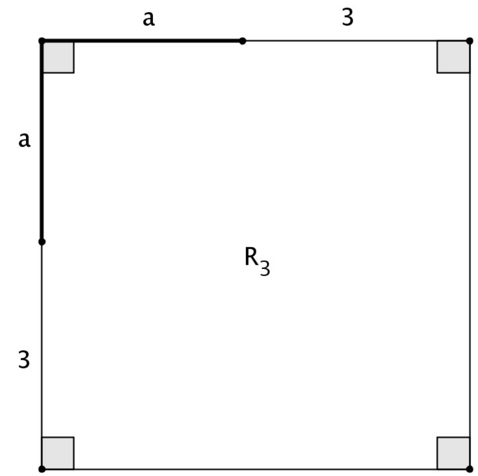
$\boxed{=2[(a+2)+4]}$ (par exemple)

2. $\boxed{a^2+2a=a(a+2)}$





3. $\boxed{a^2+6a+9=(a+3)^2}$



ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

1. N, O et P sont alignés
M, O et S sont alignés } dans le même ordre.

$$\left.\begin{aligned} \frac{ON}{OP}&=\frac{5,4}{3,6}=\frac{54}{36}=\frac{3}{2} \\ \frac{OM}{OS}&=\frac{9}{6}=\frac{3}{2} \end{aligned}\right\} \text{ donc } \frac{ON}{OP}=\frac{OM}{OS}$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (MN) et (PS) sont parallèles**.

2. $$\left.\begin{aligned} OS^2&=6^2=36 \\ SP^2+OP^2&=4,8^2+3,6^2=23,04+12,96=36 \end{aligned}\right\} \text{ donc } OS^2=SP^2+OP^2$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle OPS est rectangle en P**.

3. N, O et P sont alignés ;
M, O et S sont alignés ;
les droites (MN) et (PS) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès : $\frac{ON}{OP}=\frac{OM}{OS}=\frac{MN}{SP}$,
soit $\frac{3}{2}=\frac{MN}{4,8}$, donc $MN=\frac{3\times 4,8}{2}$, $\boxed{MN=7,2\ cm}$.

4. Les triangles MNP et NSP sont rectangles respectivement en N et P, donc :
$\mathcal{A}_{MNP}=\frac{1}{2}\times MN\times NP=\frac{1}{2}\times 7,2\times(5,4+3,6)=32,4\ cm^2$.
$\mathcal{A}_{NSP}=\frac{1}{2}\times SP\times NP=\frac{1}{2}\times 4,8\times 9=21,6\ cm^2$.
Par conséquent : $\boxed{\mathcal{A}_{MNSP}=32,4+21,6=54\ cm^2}$

Exercice 2
1. [AH] est une médiane du triangle équilatéral ABC, c'est donc aussi une hauteur, et $BH=4\ cm$. Le triangle ABH est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore : $AB^2=AH^2+HB^2$,
$AH^2=AB^2-HB^2$
$AH^2=8^2-4^2$
$AH^2=48$ donc $AH=\sqrt{48}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}$ soit $\boxed{AH=4\sqrt{3}\ cm}$.

2. $DK=\frac{2}{3}\times DH$ donc $HK=\frac{1}{3}\times DH$. Or [DH] est une hauteur d'un triangle équilatéral de côté 8 cm, donc $DH=AH$ et $HK=\frac{1}{3}\times 4\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\ cm$.
[AK] est la hauteur du tétraèdre, donc (AK) est perpendiculaire à (HK) : le triangle AHK est donc rectangle en K. D'après le théorème de Pythagore,
$AH^2=AK^2+HK^2$
$AK^2=AH^2-HK^2$
$AK^2=48-\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2=48-\frac{4^2\times(\sqrt{3})^2}{9}=48-\frac{16\times 3}{9}=48-\frac{48}{9}$
$AK^2=\frac{432-48}{9}=\frac{384}{9}$
donc $AK=\sqrt{\frac{384}{9}}=\frac{\sqrt{384}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{64}\times\sqrt{6}}{3}=\frac{8\times\sqrt{6}}{3}$. Donc $\boxed{AK=\frac{8\sqrt{6}}{3}\ cm.}$

3. [AH] et [HD] sont des hauteurs de deux triangles équilatéraux de côté 8 cm, donc $AH=HD$. AHD est par conséquent **un triangle isocèle**.

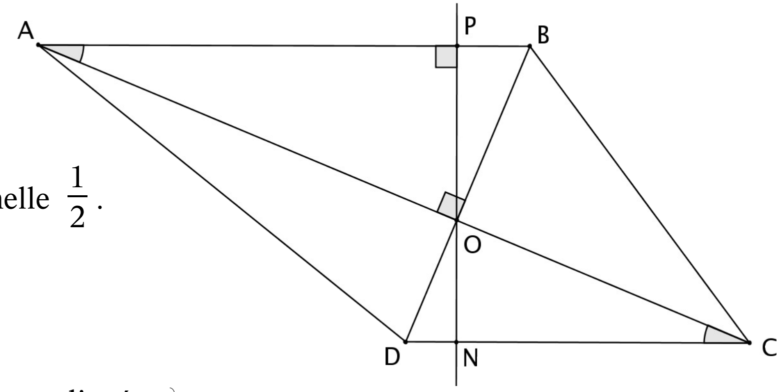
4. L'aire d'une face est : $\mathcal{A}=\frac{1}{2}\times BC\times AH$
$\mathcal{A}=\frac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$, donc l'aire totale est : $\boxed{4\times 16\sqrt{3}=64\sqrt{3}\ cm^2}$.

5. Le volume du tétraèdre est : $\mathcal{V}=\frac{1}{3}\times 16\sqrt{3}\times AK$
donc $\mathcal{V}=\frac{1}{3}\times 16\sqrt{3}\times\frac{8\sqrt{6}}{3}=\frac{16\times 8\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{3\times 3}$
$\mathcal{V}=\frac{128\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{9}=\frac{128\times 3\times\sqrt{2}}{9}$
$\boxed{\mathcal{V}=\frac{128\sqrt{2}}{3}\ cm^3}$.

PROBLÈME

PARTIE A

1.



Ci-contre à l'échelle $\frac{1}{2}$.

2. a. A, O, et C sont alignés
B, O et D sont alignés } dans le même ordre.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{OA}{OC}=\dfrac{12}{20{,}4-12}=\dfrac{12}{8{,}4}=\dfrac{120}{84}=\dfrac{10}{7}\\ \dfrac{OB}{OD}=\dfrac{5}{3{,}5}=\dfrac{10}{7}\end{array}\right\}\text{ donc }\dfrac{OA}{OC}=\dfrac{OB}{OD}$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (AB) et (CD) sont parallèles**.

b. Les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère $ABCD$ étant perpendiculaires, le triangle AOB est rectangle en O, donc :

$\tan\widehat{OAB}=\dfrac{OB}{OA}=\dfrac{5}{12}$, donc $\boxed{\widehat{OAB}\approx 22{,}6^\circ}$.

Les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OCD}$ sont des angles alternes-internes déterminés par les droites (AB) et (CD) et la sécante (AC). Or (AB) et (CD) sont parallèles, donc $\boxed{\widehat{OAB}=\widehat{OCD}\approx 22{,}6^\circ}$.

3. a. $\mathcal{A}_{AOB}=\dfrac{1}{2}\times OA\times OB=\dfrac{1}{2}\times 12\times 5$ donc $\boxed{\mathcal{A}_{AOB}=30\ cm^2}$.

b. Le triangle AOB est rectangle en O, donc, d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2=OA^2+OB^2$
$AB^2=12^2+5^2$
soit $AB^2=169$ donc $\boxed{AB=13\ cm}$ (AB>0).

c. [OP] est la hauteur du triangle AOB, l'aire de ce triangle s'écrit donc aussi :

$\mathcal{A}_{AOB}=\dfrac{1}{2}\times AB\times OP=\dfrac{1}{2}\times 13\times OP$.

Donc, d'après la question **3. a.**, $\dfrac{1}{2}\times 13\times OP=30$,

soit $13\times OP=60$ donc $\boxed{OP=\dfrac{60}{13}\ cm}$.

4. a. Le périmètre du quadrilatère $ABCD$ est :

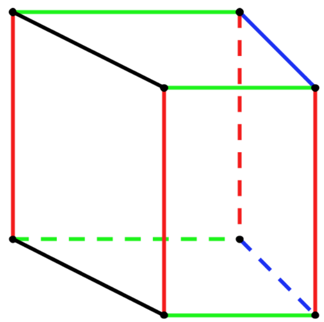
$\mathcal{P}_{ABCD}=AB+BC+CD+DA$
$\quad=13+9{,}8+9{,}1+12{,}5$
donc $\boxed{\mathcal{P}_{ABCD}=44{,}4\ cm}$

b. L'aire du trapèze $ABCD$ est : $\mathcal{A}_{ABCD}=\dfrac{(AB+CD)\times PN}{2}$

soit $\mathcal{A}_{ABCD}=\dfrac{(13+9{,}1)\times\left(\dfrac{60}{13}+\dfrac{42}{13}\right)}{2}$ donc $\boxed{\mathcal{A}_{ABCD}=86{,}7\ cm^2}$.

PARTIE B

1. Ci-contre.



2. Calcul de l'aire totale (2 fois l'aire de la base plus 4 aires de rectangles) :

$\mathcal{A}_{totale}=2\times 86{,}7+13\times 13+9{,}8\times 13+9{,}1\times 13+12{,}5\times 13$
$\boxed{\mathcal{A}_{totale}=750{,}6\ cm^2}$.