3ème	Correction du Brevet Blanc n° 2 de Mathématiques

Activités numériques

Exercice 1

1) 786 et 13 314 sont tous les deux pairs, donc divisibles par 2 : ils ne sont pas premiers entre eux.

2) a) On utilise l'algorithme d'Euclide :

$3150=2\times1512+126$

$1512=12\times126+0$

Le PGCD de 1 512 et 3 150 est le dernier reste non nul,
donc $\boxed{\text{PGCD}(1\,512\ ;\ 3\,150) = 126}$.

b) Pour obtenir une fraction irréductible, il faut diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD : $\boxed{\dfrac{3\,150}{1\,512}=\dfrac{\cancel{126}\times25}{\cancel{126}\times12}=\dfrac{25}{12}}$.

Exercice 2

1) $A=\dfrac{7}{8}-\dfrac{3}{4}\div\dfrac{9}{20}$

$A=\dfrac{7}{8}-\dfrac{3}{4}\times\dfrac{20}{9}$

$A=\dfrac{7}{8}-\dfrac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\dfrac{5\times\cancel{4}}{\cancel{3}\times3}$

$A=\dfrac{7}{8}-\dfrac{5}{3}$

$A=\dfrac{21}{24}-\dfrac{40}{24}$

$\boxed{A=\dfrac{-19}{24}}$

$B=\dfrac{36\times10^{-4}\times22\times10^{3}}{33\times10^{2}\times30\times10-3}=\dfrac{36\times22}{33\times30}\times\dfrac{10^{-4}\times10^{3}}{10^{2}\times10^{-3}}$

$B=\dfrac{2\times\cancel{3}\times\cancel{6}\times2\times\cancel{11}}{\cancel{3}\times\cancel{11}\times\cancel{6}\times5}\times\dfrac{10^{-4+3}}{10^{2+(-3)}}=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{10^{-1}}{10^{-1}}$

$\boxed{B=\dfrac{4}{5}}$

2) $C=3\sqrt{28}-2\sqrt{700}=3\sqrt{4\times7}-2\sqrt{100\times7}=3\sqrt{4}\times\sqrt{7}-2\sqrt{100}\times\sqrt{7}$

$C=3\times2\times\sqrt{7}-2\times10\times\sqrt{7}=6\sqrt{7}-20\sqrt{7}$

$\boxed{C=-14\sqrt{7}}$

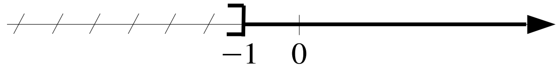
Exercice 3

$-4x+7<14+3x$

$7-14<3x+4x$

$-7<7x$

$\boxed{x>-1}$ Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à -1 .



(On hachure ce qui n'est pas solution.)

Exercice 4

1) On développe A :

$D=(2x-3)^2-36$

$D=4x^2-12x+9-36$

$\boxed{D=4x^2-12x-27}$

2) On factorise A :

$D=(2x-3)^2-36$

$D=[(2x-3)-6][(2x-3)+6]$

$D=(2x-3-6)(2x-3+6)$

$\boxed{D=(2x-9)(2x+3)}$

3) On résout l'équation $(2x-9)(2x+3)=0$:

$(2x-9)(2x+3)=0$

Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs au moins est nul, et réciproquement.

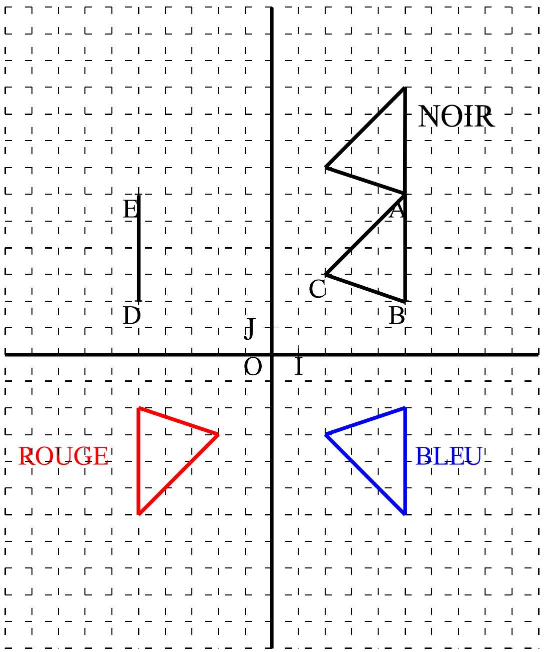
$2x-9=0$ ou $2x+3=0$

$x=\dfrac{9}{2}$ $\qquad x=\dfrac{-3}{2}$

Les solutions de l'équation $(2x-9)(2x+3)=0$ sont $\boxed{\dfrac{9}{2}}$ et $\boxed{\dfrac{-3}{2}}$.

Activités géométriques

Exercice 1



Exercice 2

$$\left.\begin{array}{l} A\,,\,B\,et\,C\,sont\,alignés \\ A\,,\,E\,et\,D\,sont\,alignés \end{array}\right\}\ dans\ le\ même\ ordre.$$

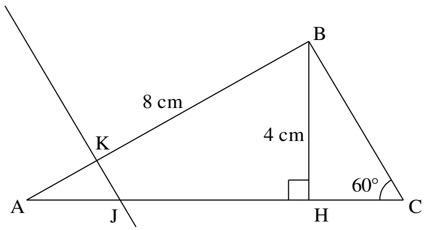
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{4}{6{,}4}=\dfrac{40}{64}=\dfrac{5}{8} \\ \dfrac{AE}{AD}=\dfrac{5}{8} \end{array}\right\}\ donc\ \ \frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}\ .$$

*<u>D'après la **réciproque du théorème de Thalès**, les droites (BE) et (CD) sont parallèles</u>.*

Exercice 3

1) Le triangle ABH est rectangle en H.
D'après le **théorème de Pythagore**,

$$AB^2=AH^2+HB^2$$
$$8^2=AH^2+4^2$$
$$64=AH^2+16$$



$$AH^2=64-16=48$$
Donc $\boxed{AH\approx 6{,}9\text{ cm}}$.

2) Le triangle BHC est rectangle en H,
donc $\tan\widehat{BCH}=\dfrac{BH}{CH}$; $\tan 60^\circ=\dfrac{4}{CH}$; $CH\times\tan 60^\circ=4$;

$CH=\dfrac{4}{\tan 60^\circ}$; $\boxed{CH\approx 2{,}3\text{ cm}}$.

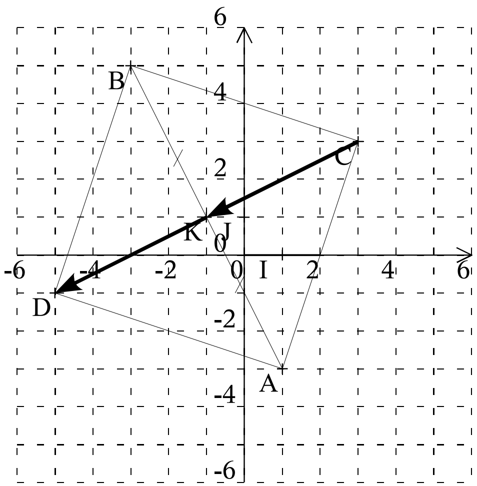
3) Les points A, K et B sont alignés ;
Les points A, J et C sont alignés ;
(KJ) est parallèle à (BC) ;
D'après le **théorème de Thalès**,

$\dfrac{AJ}{AC}=\dfrac{AK}{AB}=\dfrac{KJ}{BC}$ or $\dfrac{AJ}{AC}=\dfrac{1}{4}$ donc $\dfrac{AK}{AB}=\dfrac{1}{4}$

soit $4\times AK=AB$ et $AK=\dfrac{AB}{4}$. $AB = 8$ cm donc $\boxed{AK=\dfrac{8}{4}=2\,cm}$.

Problème

1)



2) Le repère (O, I, J) étant orthonormal,

$AC^2=(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2$
$AC^2=(3-1)^2+(3-(-3))^2=2^2+6^2=4+36=40$
Donc $\boxed{AC=\sqrt{40}=\sqrt{4\times 10}=2\sqrt{10}\,cm}$

$BC^2=(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2$
$BC^2=(3-(-3))^2+(3-5)^2=6^2+(-2)^2=36+4=40$
Donc $\boxed{BC=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\,cm}$

$AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$
$AB^2=(-3-1)^2+(5-(-3))^2=(-4)^2+8^2=16+64=80$
Donc $\boxed{AB=\sqrt{80}=\sqrt{16\times 5}=4\sqrt{5}\,cm}$

$AC=BC$ donc <u>*ABC* est isocèle en C</u>.

$$\left.\begin{array}{l} AB^2=80 \\ AC^2+BC^2=40+40=80 \end{array}\right\} \text{ donc } AB^2=AC^2+BC^2$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, <u>le triangle *ABC* est rectangle en C</u>.

3) *K* est le milieu du segment [*AB*] donc ,

$$x_K=\frac{x_A+x_B}{2} \qquad y_K=\frac{y_A+y_B}{2}$$
$$x_K=\frac{1+(-3)}{2} \qquad y_K=\frac{-3+5}{2}$$
$$x_K=-1 \qquad y_K=1$$

On a donc : $\boxed{K(-1;1)}$

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CK}$ sont :
$x_{\overrightarrow{CK}}=x_K-x_C=-1-3=-4$
$y_{\overrightarrow{CK}}=y_K-y_C=1-3=-2$ Donc $\boxed{\overrightarrow{CK}\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}}$.

4) Point *D* sur la figure.

Calcul des coordonnées de *D* :
Les coordonnées de *D* sont telles que $\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{CK}$, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} x_D-x_K=x_{\overrightarrow{CK}} \\ y_D-y_K=y_{\overrightarrow{CK}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} x_D-(-1)=-4 \\ y_D-1=-2 \end{cases} ;$$
$$\begin{cases} x_D=-4-1 \\ y_D=-2+1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x_D=-5 \\ y_D=-1 \end{cases} \quad \text{Donc } \boxed{D(-5;-1)}$$

5) $\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{CK}$ donc <u>*K* est le milieu de [*CD*]</u>.

Les diagonales du quadrilatère *ABCD* ont le même milieu *K*, donc *ABCD* est un parallélogramme.
De plus, $AC=BC$ donc le parallélogramme *ACBD* a deux côtés consécutifs de même longueur : c'est un losange.
(*AC*) est perpendiculaire à (*BC*) donc le losange *ACBD* a un angle droit : <u>c'est un carré</u>.